



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## DESCRIPCIÓN DE LAS ACCIONES REALIZADAS EN EL MARCO DE UNA INVESTIGACIÓN REFERIDA A LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES

*Gretel Alejandrina Fernández von Metzen, Universidad Nacional de Misiones. Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales. Argentina, [gretelalefernandez@gmail.com](mailto:gretelalefernandez@gmail.com)*

*María Natalia León, Universidad Nacional de Misiones. Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales. Argentina, [nleon@campus.unam.edu.ar](mailto:nleon@campus.unam.edu.ar)*

*Claudia Mariela Zang, Universidad Nacional de Misiones. Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales. Argentina, [claudiamzang@gmail.com](mailto:claudiamzang@gmail.com)*

### RESUMEN

En el presente trabajo se abordan reflexiones que derivan del proceso llevado a cabo por un grupo de docentes de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones en el marco de una investigación de postgrado. El análisis de la propia práctica docente, permitió indagar acerca de las transformaciones semióticas puestas en juego para la enseñanza y aprendizaje de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes en carreras de Ingeniería Química, Ingeniería en Alimentos y Licenciatura de Análisis Químicos y Bromatológicos. La investigación se fundamentó en la teoría de los registros de representación semiótica de Duval y siguió los lineamientos de la Ingeniería Didáctica para el encuadre metodológico. En su desarrollo se ejecutaron acciones que comprendieron: exploración bibliográfica y análisis de propuestas ofrecidas en los libros de texto, observaciones y registro de clases. También se llevó a cabo el diseño, implementación y evaluación de una prueba piloto con estudiantes de los profesorado en Matemática y en Física. La información obtenida permitió generar una propuesta áulica diferente a la seguida en las prácticas habituales con los estudiantes de ingeniería. Su implementación puso de manifiesto que el registro simbólico algebraico prevalece en relación a los demás registros, además que los conocimientos logrados en un registro no siempre son utilizados para validar lo hallado en otro.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, Michele (1995). Ingeniería Didáctica. En Artigue M., Douady R. Moreno L., Gómez P., *Ingeniería Didáctica para la Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales (M. Vega, Trad.). Cali: Universidad del Valle.

Duval, R. (2006). Un tema Crucial en la Educación Matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta del RSME*, 143 – 168.

Duval, Raymond (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval; A. Sáenz, (Eds.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas Énfasis*. (pp. 61-94). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Habre, S. (2000). Exploring students' strategies to solve ordinary differential equations in a reformed setting. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(4), 455-472.

Habre, S. (2003). Investigating students' approval of a geometrical approach to differential equations and their solutions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 651-662.

Moreno, M. y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales en *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 21 (2). 265-280

Zang C., Fernández von Metzen G., León N. (2013). Un estudio de los errores de alumnos de ingeniería sobre ecuaciones diferenciales. *Educação Matemática Pesquisa*, 15. Recuperado el 5 de septiembre de 2020, de <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/12400/pdf>

Zang C., Fernández von Metzen G., León N., Vila Torres, P. (2017). Los libros de texto recomendados a estudiantes universitarios para el estudio de ecuaciones diferenciales. *Revista Premisa*, 19, (73), p. 21-35. Disponible en [http://www.soarem.com.ar/Documentos/73\\_139\\_Zang\\_Fdez\\_Leon\\_Vila.pdf](http://www.soarem.com.ar/Documentos/73_139_Zang_Fdez_Leon_Vila.pdf)



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## **PERSPECTIVA ONTOSEMIÓTICA DEL DIFERENCIAL DE UNA FUNCIÓN: IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA**

*Verón Manuel Alejandro 1, Universidad Nacional de Misiones,  
alejandroveron@fceqyn.unam.edu.ar*

*Giacomone Belén 2, Universidad de la República de San Marino,  
belen.giacomone@unirsm.sm*

### **RESUMEN**

El concepto de diferencial de una función es central en los currículos de diversas carreras universitarias, como matemáticas, física e ingeniería. Las investigaciones muestran que las dificultades entorno al diferencial se presentan en estudiantes y profesores, pero no son exclusivas de matemáticas, sino que también se presentan en física, ingeniería y en las ciencias experimentales (Artigue, Menigaux y Viennot, 1990; Hu y Rebello, 2013; López-Gay, Martínez Sáez y Martínez-Torregrosa, 2015; Oldenburg, 2016; Pulido, 1997). Si bien existen muchas investigaciones sobre el diferencial hay pocos desarrollos que se centran en los significados de dicho concepto y en las conexiones intra e interdisciplinarias, lo que podría obstaculizar el proceso de enseñanza y aprendizaje ocasionando una enseñanza descontextualizada. En esta investigación se aborda el estudio de los diversos significados del concepto de diferencial aplicando herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2020), en particular las nociones de significado pragmático de un concepto y configuración de prácticas, objetos y procesos. El objetivo es construir un modelo ontosemiótico de referencia; para ello, en primer lugar, se realiza un estudio histórico-epistemológico sobre el origen y evolución del diferencial, identificando cuatro significados parciales fundamentales correspondientes a las aportaciones de Leibniz, Cauchy, Fréchet y Robinson. En segundo lugar, se presenta la caracterización ontosemiótica de dichos significados a partir del análisis de la solución del problema de trazado de la tangente a una curva (Verón y Giacomone, 2021). Los resultados reflejan claras implicaciones, tanto para la enseñanza y aprendizaje en diversas carreras universitarias como para la formación de profesores de matemáticas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Artigue, M., Menigoux, J. y Viennot, L. (1990). Some aspects of students' conceptions and difficulties about differentials. *European Journal of Physics*, 11(5), 262-267. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/11/5/002>
- Hu, D. y Rebello, N. S. (2013). Understanding student use of differentials in physics integration problems. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 9(2), 1-14. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.9.020108>
- López-Gay, R., Sáez, J. M. y Torregrosa, J. M. (2015). Obstacles to mathematization in physics: The case of the differential. *Science & Education*, 24(5-6), 591-613. <https://doi.org/10.1007/s11191-015-9757-7>
- Oldenburg, R. (2016) Differentiale als Prognosen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37, 55-82. <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0096-2>
- Pulido, R. (1997). *Un estudio teórico de la articulación del saber matemático en el discurso escolar: la transposición didáctica del diferencial en la física y la matemática escolar* (Tesis doctoral). Cinvestav, México.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2020). El enfoque ontosemiótico: implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(2), 3–15. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i2.25>
- Verón, M. A. y Giacomone, B. (2021). Análise dos significados do conceito de diferencial de uma perspectiva ontosemiótica. *Revemop*, 3, e202109. <https://doi.org/10.33532/revemop.e202109>





# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## ALGUNAS CONSIDERACIONES PARA LA COMPRESIÓN DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL A TRAVÉS DE LA ARTICULACIÓN DE DIFERENTES REGISTROS DE REPRESENTACIÓN

*Sandra Milena Cuero Cuero, Universidad Nacional de Colombia (Sede Palmira),  
smcuero@unal.edu.co*

*Teresa Pontón Ladino, Universidad Nacional de Colombia (Sede Palmira),  
tpontonl@unal.edu.co*

**Palabras claves:** función exponencial, registros de representación semiótica, actividades cognitivas, funciones discursivas, campo de enunciados, actos lingüísticos, coordinación de registros de representación

### RESUMEN

Teresa Pontón Ladino tpontonl@unal.edu.co La propuesta de ponencia se centra en el análisis de algunas tareas multiregistro que permiten abordar e iniciar la comprensión de algunos elementos de la función exponencial a través de la articulación de los diferentes registros de representación. Se considera el enfoque de investigación cualitativa basado en el estudio de diseño de una secuencia de aprendizaje. Para el diseño y la aplicación de la secuencia de aprendizaje se utiliza el software Geogebra que permite la construcción de una comprensión global cualitativa del registro gráfico cartesiano de la función exponencial y la recolección de los discursos escritos de los estudiantes participantes en la investigación de maestría desarrollada (Cuero, 2021, en proceso de publicación) El trabajo de investigación se desarrolla en el marco de la perspectiva semiótico-cognitiva, que ha sido desarrollada por Raymond Duval (1988, 1999, 2004, 2006, 2017), y algunos elementos teóricos planteados por Pontón (2012), los cuales permiten “analizar la complejidad de los procesos de comprensión del campo de enunciado de los problemas en lengua natural”. A partir del análisis que se realizará, del diseño y de las producciones de los estudiantes, se podrá confirmar la necesidad de explicitar los elementos semióticos y lingüísticos que constituyen los enunciados de problemas que se proponen el aula de clases a nivel universitario o secundaria; y la necesidad de elaborar variaciones redaccionales para discriminar los valores visuales del registro gráfico cartesiano en correspondencia con las variaciones de las unidades significantes del registro simbólico algebraico. Además, los registros deben ser objeto explícito de enseñanza y se recomienda hacerse desde la perspectiva de una coordinación de registros.



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## LA DERIVADA Y SU COMPRENSIÓN A PARTIR DE LAS CONSTRUCCIONES DE NEWTON Y DE LEIBNIZ EN MAESTROS EN FORMACIÓN

*América María Cardona Arias, Universidad de Antioquia, america.cardona@udea.edu.co*

*Zaida Margot Santa Ramírez, Tecnológico de Antioquia, zaida.santa@tdea.edu.co*

### RESUMEN

Con el objetivo de analizar la comprensión del concepto de derivada en un grupo de maestros en formación a partir del contexto histórico de Newton y de Leibniz, se desarrolló una investigación, a nivel de maestría, la cual se orientó en responder a las dificultades presentes en el aprendizaje de la derivada (Mateus, 2011; Desfitri, 2016), como un concepto fundamental para la comprensión del cálculo y de diferentes conocimientos científicos. En este sentido, se puso en evidencia la necesidad de diseñar e implementar estrategias de enseñanza basadas en la historia de las matemáticas (Liu, 2003) y, particularmente, en la historia de la derivada, para aportar al conocimiento del cálculo de los maestros en formación y despertar su interés y motivación.

Es así como se implementó un estudio de casos cualitativo (Hernández et al., 2010; Creswell, 2013), cuyo diseño metodológico comprendía la elaboración, ejecución y evaluación de diversas tareas de formación, construidas a partir de herramientas digitales y centradas en la naturaleza y dinámicas presentes en los desarrollos del concepto de derivada de Newton y de Leibniz (Durán, 2006; Stewart, 2008). Adicionalmente, se estructuró una rúbrica para caracterizar y analizar la comprensión del concepto de derivada de los maestros en formación por medio de las dimensiones de comprensión: contenido, métodos, propósitos y formas de comunicación, y niveles de comprensión: ingenuo, novato, aprendiz y maestría, referidos en el marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión (Stone, 1999).

Finalmente, se logró establecer un avance en los niveles de comprensión de cada uno de los participantes por medio de la implementación de las tareas de formación propuestas y de la rúbrica de evaluación; estos aspectos se convierten en una estrategia metodológica que aportan a la comprensión del concepto de derivada y, por lo tanto, contribuyen al aprendizaje del cálculo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Creswell, J. (2013). Investigación Cualitativa y Diseño Investigativo: *Selección entre cinco Tradiciones*, 9, 1-253. <http://academia.utp.edu.co/seminario-investigacion-II/files/2017/08/INVESTIGACION-CUALITATIVACreswell.pdf>
- Desfitri, R. (2016). In-Service Teachers' Understanding on the Concept of Limits and Derivatives and the Way They Deliver the Concepts to Their High School Students. [Comprensión de los maestros en servicio de los conceptos de límite y derivada y la forma en que enseñan estos conceptos a los estudiantes de secundaria]. *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 693, No. 1, p. 012016). IOP Publishing. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/693/1/012016/pdf>
- Durán, A. (2006). *La polémica sobre la invención del cálculo infinitesimal. Escritos y documentos*. Crítica.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. McGraw Hill.
- Liu, P. (2003). ¿Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching? [¿Los profesores necesitan la incorporación de la historia de las matemáticas en su enseñanza?]. *Mathematics Teacher*, 96(6), 416-421. [https://www.researchgate.net/publication/281223989\\_Do\\_teachers\\_need\\_to\\_incorporate\\_the\\_history\\_of\\_mathematics\\_in\\_their\\_teaching](https://www.researchgate.net/publication/281223989_Do_teachers_need_to_incorporate_the_history_of_mathematics_in_their_teaching)
- Mateus, E. (2011). Epistemología de la derivada como fundamento del cálculo diferencial. *Voces y silencios: revista Latinoamericana de Educación*, 2,3-21.
- Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas: en los últimos 10.000 años*. Crítica.
- Stone, M. (1999). La importancia de la comprensión. En M. Stone (Ed.), *La Enseñanza para la comprensión: Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp.21-31). Paidós.



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## METODOLOGÍAS ACTIVAS EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO

*Líviam Santana Fontes, Universidade de Brasília/ Universidade Estadual de Goiás,  
liviam.fontes@ueg.br*

*Cleyton Hércules Gontijo, Universidade de Brasília, cleyton@unb.br*

### RESUMEN

El cálculo es una disciplina que presenta altas tasas de fracaso y abandono, como se encuentra en varios estudios (Bezerra, 2019; Jesus et al., 2011; Lopez & Segadas, 2014; Vandebussche et al., 2018). Una de las causas de este problema es la metodología de enfoque tradicional, en la que predomina la clase expositiva seguida de la resolución de ejercicios, con énfasis en la acumulación de información y la reproducción de fórmulas y conceptos. Este modelo de enseñanza tuvo su valor en un contexto histórico determinado, pero no responde a las necesidades del contexto social y educativo actual. (Moretto, 2007). El presente trabajo presenta una investigación doctoral en curso, que tiene como objetivo evaluar una propuesta de enseñanza del Cálculo en la perspectiva de la Ingeniería Didáctica, empleando metodologías activas en la fase de experimentación, buscando aprehender las impresiones de los sujetos de investigación. Las metodologías activas son una propuesta didáctica que utiliza la problematización, la resolución de problemas, experiencias reales o simuladas, entre otras, para que el alumno pueda desarrollar el proceso de aprendizaje y ejercitar su autonomía. (Berbel, 2011; Borges & Alencar, 2014). La Ingeniería Didáctica se caracteriza por un esquema basado en logros didácticos en el aula y en los registros de casos de estudio, con validación interna (Artigue, 1995). La investigación se desarrolló en una clase de Cálculo 1 en una universidad pública brasileña, en la modalidad de clases remotas, y para la recolección de datos fueron utilizados cuestionarios, formularios de autoevaluación de los estudiantes y evaluación de los grupos, actividades realizadas por ellos y grabaciones de las clases. Actualmente la investigación está analizando la información recolectada, pero es posible inferir que las actividades desarrolladas generaron resultados positivos, como incentivar la participación de los estudiantes y ganancias en la comprensión de conceptos.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. In M. Artigue, R. Douady, L. Moreno & P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica em educación matemática. Um esquema para la investigación y la innovación em la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. (pp. 97–140). Grupo Iberoamérica.
- Berbel, N. A. N. (2011). As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. *Semina: Ciências Sociais e Humanas*, 32(1), 25–40. <https://doi.org/10.5433/1679-0383.2011v32n1p25>
- Bezerra, W. W. V. (2019). *Avaliação para aprendizagem na disciplina de Cálculo 1: percepções de discentes e docentes da Universidade de Brasília*. Tese (doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade de Brasília.
- Borges, T. S. & Alencar, G. (2014). Metodologias ativas na promoção da formação crítica do estudante: o uso das metodologias ativas como recurso didático na formação crítica do estudante no ensino superior. *Cairu Em Revista*, 03(4), 119–143.
- Jesus, C. S., Lucas, J. das D. & Mapa, T. F. M. (2011). Reflexões sobre o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I: UFOP E IFMG-OP numa parceria pela busca da diminuição do índice de reprovação na disciplina. *Revista Da Educação Matemática Da UFOP*, 1, 1–5.
- Lopez, I. F. & Segadas, C. (2014). A disciplina Cálculo I nos cursos de Engenharia da UFRJ: sua relação com o acesso à universidade e sua importância para a conclusão do curso. *REUCP*, 8(2), 92–107.
- Moretto, V. P. (2007). *Prova: um momento privilegiado de estudo, não um acerto de contas*. Lamparina.
- Vandenbussche, J., Ritter, L. & Scherrer, C. (2018). An incentivized early remediation program in Calculus I. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 5211. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1458340>



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## ALGUNAS CONTRIBUCIONES DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA AL ESTUDIO DEL CONCEPTO DE INTEGRAL

*Shirley Johana Toloza Peña, Universidad Industrial de Santander,  
shirley2198158@correo.uis.edu.co*

*Jorge Enrique Fiallo Leal, Universidad Industrial de Santander, jfiallo@uis.edu.co*

### RESUMEN

En este trabajo se presentan avances de una investigación en desarrollo, cuyo objetivo es reconocer las contribuciones de la modelación matemática al estudio del concepto de integral, con estudiantes universitarios, mediante el diseño, la implementación y la evaluación de situaciones problemas. Para lograr este objetivo se hace uso de la teoría de modelación matemática desde una perspectiva educativas (Villa Ochoa, 2010). Dado que reconocer la autenticidad de un problema (Kaiser y Schwarz, 2010), permite desarrollar la participación, el empoderamiento en la producción de modelos y el aprendizaje de conceptos, damos muestra de ello además de resaltar la modelación ya que ello les permite a los estudiantes abordar significados asociados al concepto y al contexto del problema abordado.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Kaiser, G., & Schwarz, B. (2010). Authentic modelling problems in mathematics education—examples and experiences. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 51-76.

Villa-Ochoa, J. (2010). Modelación Matemática en el aula de clase. Algunos elementos para su implementación



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## LA IMPORTANCIA DE LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE INFINITO ACTUAL A TRAVÉS DE LA ENTREVISTA SOCRÁTICA

*Alba Soraida Gutierrez Sierra, Umecit- Panamá, [albasoraidagutierrez@gmail.com](mailto:albasoraidagutierrez@gmail.com)*

*Rene Alejandro Londoño Cano, Universidad de Antioquia-Colombia,*

*[renelondo@gmail.com](mailto:renelondo@gmail.com)*

**Palabras Claves:** *Infinito actual, comprensión, evaluación, objetos matemáticos, razonamiento*

### RESUMEN

Se pretende mostrar los resultados de una investigación desarrollada en el marco del Doctorado en educación que ofrece la Universidad Metropolitana de Educación Ciencia y Tecnología UMECIT de Panamá, cuyo objetivo fue diseñar una entrevista Socrática, que cumpliera con criterios de validez y confiabilidad, basada en el Modelo de van Hiele, este como teoría que sustenta la investigación, para evaluar la comprensión del concepto de infinito actual de los estudiantes de último año de Educación Media. Se trabajó desde la comprensión holística de la ciencia. El tipo de investigación fue proyectiva y se usó el método holopráxico, con un diseño transeccional univariable. Se analizaron los estándares básicos de competencias en matemáticas y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), para educación básica y media, en relación con el concepto de infinito, luego se analizaron los objetos matemáticos contenidos en las unidades de aprendizaje según los tipos de infinito, el pensamiento geométrico, el pensamiento variacional y el pensamiento numérico. También se analizaron los objetos matemáticos según los niveles del razonamiento de van Hiele, para formular el constructo “comprensión del concepto de infinito actual”, a partir de los descriptores derivados del análisis de los objetos matemáticos. Se diseñó una versión inicial de la entrevista socrática, a la cual se le hicieron los estudios de validez y confiabilidad con una muestra de con características similares conformada por 52 estudiantes de la Escuela Normal Superior de Socha del Departamento de Boyacá, Colombia. Finalmente se configuró la entrevista socrática definitiva para detectar el nivel de comprensión del concepto de infinito actual, y se desarrolló el manual del instrumento. Se concluyó que la entrevista socrática permite describir la comprensión del concepto de infinito actual, de manera pertinente, válida y confiable.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Albadán. (2016). Enseñanza- aprendizaje de las matemáticas en educación media, un texto sin contexto. Conferencia presentada en Foro EMAD 2016: Educación Matemática en la educación media.
- Alkin, M., y Daillack, R. (1991). Evaluación. Desarrollo de Modelos”, en Husen, T. Y Postletwait, T.N. Enciclopedia internacional de la educación. Vicens Vives-MEC.
- Alquicira, J. (2017). Análisis de correlación. Conagasi. <http://conogasi.org/articulos/analisis-de-correlacion-2/>
- Álvarez, F., y Morales, A. (s.f.). Concepciones sobre el infinito de un grupo de estudiantes de cuarto medio: Evidencias del obstáculo epistemológico a través de un análisis didáctico. XX Jornadas de Educación Matemática, 296-300.
- Alvira, F. (1991). Metodología de la evaluación de programas (C.I.S).
- Aponte. (2014). La noción de infinito en George Cantor. Un estudio Histórico-epistemológico en la perspectiva de la Educación matemática [Maestría en Educación énfasis en Educación Matemáticas]. Universidad del Valle Instituto de Educación y Pedagogía.
- Arrigo, D’Amore, y Sbaragli. (2011). Infiniti. Trento: Erickson Magisterio.
- Asuman, O., y Roa, S. (2014). El infinito potencial y actual: Descripción de caminos cognitivos para su construcción en un contexto de paradojas. Educación Matemática, 26(1), 73-101.
- Azcarate, Bosch, Casellas, y Casadevall. (1996). Cálculo diferencial e integral. Síntesis.
- Barrera, F., y Reyes, A. (2015). La teoría de Van Hiele: Niveles de pensamiento Geométrico. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (UAEH). <https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icbi/article/download/554/3468?inline=1>
- Barrera, M. (2000). Los 10 principios éticos de toda investigación. Curso de ascenso 1ra cohorte ECDF, Universidad de Antioquia, sede Carmen de Viboral.
- Barrera, M. (2006). Holística (Ediciones Quirón-Sypal).
- Batalloso, J. (2006). Educación y condición humana. <https://www.tendencias21.net/attachment/251312/>





# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

**Curso de refuerzo inicial: un énfasis en las habilidades para la resolución de problemas en matemáticas.**

*Ana Mileydy González García, Universidad Industrial de Santander,  
ana2208097@correo.uis.edu.co*

*Sandra Evely Parada Rico, Universidad Industrial de Santander, sanevepa@uis.edu.co*

## **RESUMEN**

En Colombia según el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2013) la educación superior inclusiva está relacionada con la capacidad de potenciar y valorar la diversidad. Específicamente, en la Universidad Industrial de Santander (UIS) bajo la política de admisión especial, se favorece el acceso de estudiantes procedentes de grupos étnicos, víctimas del conflicto armado y habitantes de población frontera o difícil acceso (Acuerdo 282, 2017).

Considerando lo anterior, nos planteamos la pregunta de investigación: ¿Qué habilidades para la resolución de problemas logran desarrollar estudiantes de admisión especial de la Universidad Industrial de Santander que participan de un curso de refuerzo inicial? Durante esta ponencia se presentarán algunos resultados concernientes al diseño curricular del curso de refuerzo inicial bajo las premisas metodológicas de Diaz-Barriga, et al (1990). Así mismo, algunas reflexiones de la primera implementación del curso, el cual está sustentado teóricamente en documentos oficiales del MEN (1998,2006) y los NTCM (2000), la interpretación a los estándares básicos de MEN (1998) por la Seduca (2005) y las habilidades para la resolución de problemas considerando autores como: Santos-Trigo (2014), Polya (1945), Shoenfeld (1982), entre otros.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acuerdo Académico 282 de 2017 - Por la cual se dictan disposiciones sobre el ingreso a la Universidad de aspirantes por la modalidad de Admisiones Especiales.
- Díaz-Barriga a., F. et al (1990) *Metodología de diseño curricular para la educación superior*. México: Trillas.
- MEN (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá. Recuperado de: [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Colombia.  
Recuperado de: <http://www.eduteka.org/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>
- MEN (2013). *Lineamientos política de educación superior inclusiva*. Colombia. Recuperado de: [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-357277\\_recurso\\_0.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-357277_recurso_0.pdf)
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Traducción de M. Fernández (Traducción de la versión del 2000 del NCTM). SAEM Thales. Sevilla.
- Santos (2014) *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. 2da Ed. Asociación Nacional de profesores. México



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

**EL INFINITO COMO PROCESO: EL CASO DE LA SERIE INFINITA  $\sum_{n=1}^{\infty} n/2^n$**

*René Alejandro Londoño Cano, Universidad de Antioquia, rene.londono@udea.edu.co*

*Carlos Mario Jaramillo López, Universidad de Antioquia, carlos.jaramillo1@udea.edu.co*

## RESUMEN

Como profesores de los cursos de cálculo en programas de ciencias e ingenierías, podemos observar dificultades que los estudiantes enfrentan cuando abordan el estudio de procesos de razonamiento infinito en la comprensión de conceptos tales como el de límite, derivada, integral, series, entre otros. Es por esto que mediante el desarrollo de investigaciones a nivel de maestría y de doctorado (Zapata, S., Sucerquia, E., 2009; Londoño, R., 2011; Londoño, R., Jaramillo, C., Jurado, F., 2012; Londoño, R., Jaramillo, C., Duarte, P., 2017; Gutiérrez, A., 2021) en el área de la educación matemática, hemos venido considerando referentes teóricos relacionados con la comprensión, tales como el modelo de Van Hiele (1957) y el de Pirie y Kieren (1994), los cuales nos han permitido construir alternativas metodológicas para lograr una aproximación a conceptos del cálculo, entre ellos el de infinito. Por lo tanto, se pretende socializar una propuesta de enseñanza y aprendizaje sobre el infinito como proceso, considerando una componente visual geométrica de la serie infinita geométrica  $\sum_{n=1}^{\infty} n/2^n$ , teniendo en cuenta los aspectos relevantes de los niveles de comprensión de los citados modelos, sin perder de vista los objetos geométricos vinculados.

Uno de los resultados es el reconocimiento y la comprensión por parte de los estudiantes, de patrones y estructuras de tipo visual que subyacen al concepto de infinito como proceso, involucrado en una serie geométrica. Como consecuencia de las investigaciones desarrolladas, se ha podido entonces observar cómo conceptos del cálculo susceptibles de una componente visual geométrica, favorecen el crecimiento de la comprensión de los estudiantes y les permite establecer relaciones entre los aspectos geométricos y algebraicos de tales conceptos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gutiérrez, A. (2021). *La metodología holística y el diseño psicométrico para evaluar la comprensión de conceptos matemáticos*. Tesis doctoral. Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología- Panamá.
- Jaramillo, C., Londoño, R., Jurado F. (2012). *Una Metodología alternativa para la comprensión de la noción de límite*. Editorial Académica Española. Alemania.
- Londoño, R. (2011). La relación inversa entre la cuadratura y tangentes en el modelo de Pirie y Kieren. Tesis doctoral. Universidad de Antioquia-Colombia. Disponible en [tesis.udea.edu.co/bitstream/10495/6920/ReneLondoño\\_2011\\_teoriapirie](http://tesis.udea.edu.co/bitstream/10495/6920/ReneLondoño_2011_teoriapirie).
- Londoño, R., Jaramillo, C. y Duarte, P. (2017). Estudio comparativo entre el modelo de van-Hiele y la teoría de Pirie y Kieren. Dos alternativas para la comprensión de conceptos matemáticos. *Logos Ciencia & Tecnología*, 121-132. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=517753268008> DOI: <https://doi.org/10.22335/rict.v9i2.451>
- Pirie, S., & Kieren, T. (1994). Growth in the mathematical understanding how can we characterise it and how we represent it? *Educational Students in Mathematical.*, 165-190.
- Van Hiele, P. (1957). Van Hiele, P. (1957). El problema de la comprensión. En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. Tesis doctoral. Recuperado a partir de: <http://www.uv.es/gutierre/aprenggeom/archivos2/VanHiele57.pdf>.
- Zapata, S. M., Sucerquia, E. (2009). *Modulos de aprendizaje para la comprensión del concepto de series de términos positivos*. Tesis de Maestría. Universidad de Antioquia – Colombia.





# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## UN CÁLCULO VISIBLE EN LO INVISIBLE

*Joselín Rivero Pinto, Universidad Autónoma de Bucaramanga, jrivero4@unab.edu.co*

### RESUMEN

En el aspecto educativo, la inclusión de las personas con discapacidad tiene suprema importancia para la equidad social de cualquier país, donde el nivel superior juega un papel significativo para poder lograrlo. En lo que respecta al aprendizaje de la matemática de niños en condición de discapacidad visual, Rosich Sala, Núñez Espallargas & Fernández del Campo (1996) afirman que existen investigaciones en relación con la educación de ciegos y la Didáctica de la Matemática que permiten afirmar que no hay ámbito o dominio de la matemática sesgado para personas en condición de discapacidad visual. El presente documento trata sobre las experiencias y vivencias de una investigación en curso referente a la enseñanza del concepto de función lineal y su representación gráfica en estudiantes en condición de discapacidad visual. En ella se quiere destacar además de diferentes estrategias metodológicas para el trabajo con este tipo de población, el desarrollo de algunos materiales didácticos inclusivos que se pretende pueda ser muy importantes en la consecución de los objetivos trazados para este proceso.

El procedimiento metodológico se desarrollará a partir de fases. En la primera de ellas se buscarán los libros y documentos que refieran por un lado la enseñanza de la función lineal y por otro, el abordaje de las matemáticas en estudiantes en condición de discapacidad visual. En una segunda fase se busca conocer las limitaciones que ha encontrado este tipo de población para procesos como el abordado en nuestra investigación. En la tercera se busca retroalimentar los procesos de enseñanza a partir de la aplicación de estrategias y materiales que conlleven a un impacto en los temas a trabajar. La cuarta fase busca una evaluación del impacto generado con dichas estrategias, y en la última fase se concluirá mediante un informe con los resultados y los posibles aportes metodológicos generados.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Florez, C., y Mara, L.V.(2010) Producción de materiales didácticos para estudiantes con discapacidad Visual. *Series de estrategias en el aula*
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 111-132.
- Ainscow, Mel y Susie Miles: “Por una educación para todos que sea inclusiva: ¿Hacia dónde vamos ahora?”, pp. 17-44, en Revista Perspectivas, N.º 145, Dossier: Educación Inclusiva, unesco, 2008
- Posada, F., y Villa, J. A. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Antioquia, Medellín.



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## EL ESTUDIO DE LAS FUNCIONES SINUSOIDALES MEDIANTE MODELOS DINÁMICOS EN GEOGEBRA

*Carlos Michelle Díaz Leyva, Universidad Juárez del Estado de Durango,  
carlosdiaz@colegioespana.edu.mx*

*María del Carmen Olvera Martínez, Universidad Juárez del Estado de Durango,  
carmen.olvera@ujed.mx*

### RESUMEN

Las funciones trigonométricas se pueden aplicar en diferentes contextos como medicina, biología, física y las telecomunicaciones. Sin embargo, a pesar de los diferentes contextos de aplicación, generalmente en la enseñanza de las funciones trigonométricas, principalmente las sinusoidales (función seno y coseno), no se abordan problemas o situaciones de aplicación, simplemente se presenta a los estudiantes la definición, la representación gráfica, tabular y algebraica, dejando de lado el análisis profundo de sus propiedades y aplicaciones que tienen en diferentes áreas de la ciencia.

Con la intención de atender la necesidad de analizar estas propiedades e ideas fundamentales de las funciones sinusoidales, se diseñó una secuencia didáctica conformada por cuatro tareas matemáticas basadas en contextos de aplicación donde el estudiante analizara las ideas fundamentales sobre funciones trigonométricas las cuales son: variación de los parámetros, múltiples representaciones de la función, periodicidad y aplicaciones en diferentes contextos. Las tareas se estructuraron con base en el marco de resolución de problemas con el uso de tecnologías digitales propuesto por Santos-Trigo y Camacho-Machín (2013). Además, se decidió incluir el uso de GeoGebra en estas tareas matemáticas ya que, de acuerdo con Olvera-Martínez y Alvarado-Monroy (2017), permite “identificar las relaciones entre objetos matemáticos y la formulación de conjeturas que difícilmente podrían surgir en un ambiente de lápiz y papel” (p. 102).

Con la finalidad de determinar si las tareas matemáticas mostraban las características necesarias para estudiar las ideas fundamentales sobre funciones sinusoidales se decidió realizar una implementación piloto con una estudiante de educación media superior que cursaba el cuarto semestre. En dicha implementación, se logró analizar el potencial que mostraba GeoGebra ya que permitía a la estudiante integrar sus conocimientos previos con

los conceptos de funciones trigonométricas; también, permitió formular conjeturas para crear argumentos válidos y justificar cada una de las preguntas de la tarea matemática ya que permitía el tránsito de una representación geométrica a una representación algebraica o verbal.

### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Olvera-Martinez, M. & Alvarado-Monroy, A. (2017). Construcción y exploración de modelos dinámicos para el desarrollo profesional de profesores de matemáticas de bachillerato. En C. Cristóbal, M. Olvera & V. Vargas (Eds.), *Tópicos Selectos de Educación CITEM. Educación para la interdisciplinariedad* (pp. 98-116). EORFAN-México.





# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## LA REPRESENTACIÓN COMO PROCESO EN EL PENSAMIENTO VARIACIONAL: HABILIDAD DE TRANSFORMACIÓN DE REPRESENTACIONES Y MEDIACIÓN DIGITAL

*Nelson Javier Rueda Rueda, Unidades Tecnológicas de Santander,  
ne.rueda@correo.uts.edu.co*

### RESUMEN

Las problemáticas asociadas con la enseñanza y el aprendizaje del cálculo diferencial son el punto de partida para establecer habilidades básicas que se requieren para la comprensión del cálculo diferencial.

El presente documento tiene como finalidad presentar algunas reflexiones tanto teóricas como metodológicas que surgieron del diseño y puesta en marcha de un curso de pre-cálculo dirigido a estudiantes de nuevo ingreso a la universidad, mediado por tecnologías digitales en el que se buscaba rescatar el movimiento como núcleo conceptual del cálculo, la exploración de los fenómenos de variación con el apoyo de las tecnologías digitales y la comunicación de estrategias e interpretaciones asociadas a los fenómenos de variación (Fiallo y Parada, 2014).

El objetivo principal de la investigación era determinar habilidades cognitivas que se podían potenciar mediante el curso, en relación con el proceso de representación de los objetos matemáticos fundamentales del cálculo diferencial. Para el desarrollo del estudio se realizó el análisis de las actividades planteadas para el curso, se seleccionaron algunos estudiantes participantes, a fin de realizar un estudio de casos y finalmente se analizaron las producciones escritas para caracterizar las habilidades cognitivas del proceso de representación. Particularmente en este escrito se hablará de la habilidad de transformación de representaciones y como la mediación digital puede permear dicho proceso.

Se presenta, como resultado del estudio, una categorización de descriptores correspondientes a la habilidad mencionada, para lo cual se tienen en cuenta diversos registros de representación semiótica y dos tipos de transformaciones: el tratamiento y la conversión (Duval, 2006). Los descriptores mencionados permiten determinar si el estudiante ha

alcanzado una comprensión conceptual del proceso de representación de los objetos matemáticos asociados con el estudio del cálculo.

**Palabras claves:** Habilidades cognitivas, proceso de representación, transformación y conversión de representaciones.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cuevas, A. y Madrid, H. (2013) Software educativo y el cálculo de raíces reales para el desarrollo de un curso conceptual del cálculo: una historia sin fin. En *La enseñanza del cálculo diferencial e integral* (pp. 1-17). México: Pearson.
- Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa* 7(3), 195-218.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *Gaceta de la RSME*, 9(1), pp.143-168
- Fiallo-Leal, J. E., & Parada-Rico, S. E. (2014). Curso de precálculo apoyado en el uso de geogebra para el desarrollo del pensamiento variacional-Pre calculus course in using supported geogebra for the development of variational thinking. *Revista Científica*, 20(3), 56–71. <https://doi.org/10.14483/23448350.7689>
- Herrera, F. (2001). Habilidades Cognitivas. *Notas del departamento de Psicología Evolutiva y de la educación*. Universidad de Granada. España.
- Hitt, F. y Dufour, S. (2013) Un análisis sobre la enseñanza del concepto de derivada en el nivel preuniversitario, del rol de un libro de texto y su posible conexión con el uso de la tecnología. En *La enseñanza del cálculo diferencial e integral* (pp. 19-42). México: Pearson.
- Laorden, C., García, E., y Sánchez, S. (2005). Integrando descripciones de habilidades cognitivas en los metadatos de los objetos de aprendizaje estandarizados. *Revista de Educación a Distancia*.
- Moreno, L. (2014) *Educación Matemática: del signo al pixel*. Universidad Industrial de Santander: Bucaramanga.
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE CURVA PARA EL ESTUDIO DEL CÁLCULO

*Carlos Mario Pulgarín Pulgarín, Universidad de Antioquia,  
carlosm.pulgarin@udea.edu.co*

*Carlos Mario Jaramillo López, Universidad de Antioquia, [carlos.jaramillo1@udea.edu.co](mailto:carlos.jaramillo1@udea.edu.co)*

### RESUMEN

Este escrito presenta avances que son producto de una investigación doctoral en relación con la comprensión del concepto de curva a partir de transiciones entre lo discreto y continuo en el marco de la teoría de Pirie y Kieren.

A partir de un estudio detallado sobre los antecedentes históricos y epistemológicos del concepto de curva en el plano, se analiza y discute su importancia en el cálculo, y la comprensión que los estudiantes tienen del mismo a partir de procesos de razonamiento infinito, propiciando de esta manera un estudio de los conceptos de derivada e integral a partir de la formalizan sobre una curva. De este modo, se intenta dar respuesta a la pregunta de investigación ¿Cómo es el proceso de comprensión del concepto de curva en las transiciones entre lo discreto y continuo en el marco de la teoría de Pirie y Kieren? A propósito, los conceptos de continuidad y razonamiento infinito se analizan a través de referentes tales como los expuestos por Newton & Melander (1762), Tarrés (1998), Cambray (1998) y Rosales (2017) sobre el concepto de curva.

De otro lado, el trabajo metodológico es de tipo cualitativo y en él, se analizan posibles dificultades de comprensión del concepto de derivada e integral en estudiantes de cursos de cálculo a nivel universitario. apoyado en un TEM (Teaching Experiment Methodology) y en el marco de la teoría para la evolución de la comprensión matemática de Pirie y Kieren (PK).

Como resultado del proceso de investigación se articuló un episodio de enseñanza a partir de un TEM en consonancia con el modelo PK, y posteriormente, se estableció una forma de caracterización para la unidad de análisis (UA) con el fin de responder a la pregunta y objetivo de la investigación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cambray, R. (1998). *Análisis de los infinitamente pequeños para el estudio de las líneas curvas*. Servicios editoriales de la Facultad de Ciencias UNAM, Colección MATHEMA. México.
- Hernández, E. & Zapata, L. (2012) *Enfoques para el estudio didáctico de conceptos del cálculo*. Asocolme. Tomado de: <http://funes.uniandes.edu.co/2410/1/EnfoquesHernándezAsocolme2012.pdf>
- Newton, I. & Melander, D. (1762). *Tractatus de quadratura curvarum*. Zurich. Recuperado de: <https://www.e-rara.ch/doi/10.3931/e-rara-4844>
- Pirie, S., & Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics*, 26 (2-3), 165-190.
- Rosales, C. (2017) *Curvas y superficies*. Universidad de Granada. Tomado de: [https://www.ugr.es/~crosales/1617/cys/curvas\\_1.pdf](https://www.ugr.es/~crosales/1617/cys/curvas_1.pdf)
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. Inglaterra. *Revista Educational Studies in Mathematics*. Tomado de: [http://www.im.ufrj.br/~claudia/cursos-2010-1/artigo\\_Tall\\_Vinner.pdf](http://www.im.ufrj.br/~claudia/cursos-2010-1/artigo_Tall_Vinner.pdf)
- Tarrés, J. (1998). *Sobre la historia del concepto topológico de curva*. Tomado de: <http://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/autores/pag/mat/Historia11.pdf>





# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## PROCESO DE REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES: ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS DE LOS DOCENTES Y ANÁLISIS DE TEXTOS ESCOLARES

*Nelson Javier Rueda Rueda, Unidades Tecnológicas de Santander,  
ne.rueda@correo.uts.edu.co*

### RESUMEN

El presente documento habla de los principios y metodología de una investigación en curso que pretende desarrollar un modelo teórico para la enseñanza del proceso de representación del objeto matemático función. Para ello, se pretende develar las principales estrategias pedagógicas utilizadas por los docentes, a la par con un análisis de libros de texto utilizados en la enseñanza del mencionado proceso. Se busca que el modelo teórico establecido como fin último de investigación coadyuve el proceso de enseñanza de la representación de funciones, objeto matemático de gran trascendencia que se trabaja en todos los niveles de escolaridad.

El procedimiento metodológico responde a cuatro fases que inician con una investigación documental en la que se analizarán libros de texto utilizados para la enseñanza de las funciones matemáticas. La segunda fase corresponde a una investigación de campo en la que se observará la manera como un grupo de docentes pone en juego diversas estrategias para enseñar el proceso de representación. La tercera fase será de contraste entre los datos recogidos en las fases previas, para identificar los procesos didácticos de enseñanza que los maestros deben desarrollar en el salón de clases a fin de que el estudiante maneje de forma eficaz el proceso antes mencionado. En la fase final se realizará el reporte de los resultados y la construcción de los aspectos del modelo teórico.

A la fecha de escritura de este documento se han realizado avances en el análisis documental, encontrando que los libros de texto prevalecen la representación algebraica sobre otras representaciones, a la vez que establecen un camino clásico en la transformación de funciones (de la representación algebraica a la tabular y posteriormente a la gráfica), en términos de Duval (2006) no se observan transformaciones de tratamiento, únicamente de conversión.

**Palabras clave:** Modelo teórico, proceso de representación, objeto matemático función.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *Gaceta de la RSME*, 9(1), pp.143-168
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 111-132.
- Parra (2015). *Significados pretendidos por el currículo de matemáticas chileno sobre la noción de función*. Tesis de maestría publicada. Universidad de Los Lagos, Santiago de Chile.
- Parra-Urrea, Y. y Pino-Fan, L. (2017). Análisis ontosemiótico de los libros de texto chilenos: El caso de la noción de función. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. LópezMartín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Granada: Universidad de Granada
- Posada, F., y Villa, J. A. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Antioquia, Medellín.
- Rueda, N. (2016). *Habilidades cognitivas asociadas al proceso de representación de fenómenos de variación*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Vargas, J. (2017). *Análisis de la práctica del docente universitario de precálculo: Estudio de casos en la enseñanza de las funciones exponenciales*. Ediciones Universidad de Salamanca.



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## DISEÑO DE UN CURSO QUE PROMUEVE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

*Joao Antonio Alfonso Pinilla, Universidad Industrial de Santander,  
[joao2208101@correo.uis.edu.co](mailto:joao2208101@correo.uis.edu.co)*

*Sandra Evely Parada Rico, Universidad Industrial de Santander, [sanevepa@uis.edu.co](mailto:sanevepa@uis.edu.co)*

*Vicente Liern Carrión, Universidad de Valencia, [vicente.liern@uv.es](mailto:vicente.liern@uv.es)*

### RESUMEN

La economía y las finanzas son actividades inherentes al desarrollo humano que generan interesantes problemas en el contexto matemático escolar. La encuesta nacional realizada por el Banco Mundial en el 2013 menciona que en Colombia el 65% de los encuestados tiene una educación financiera limitada, siendo temas como el crédito, la inversión, la tasa de interés, entre otros, totalmente desconocidos por el ciudadano promedio (Arrubla, 2016). Además, el Departamento Nacional de Planeación de Colombia (DNP) (2007) afirma que las personas con menor formación académica cuentan con mayores dificultades para comprender los problemas financieros y por ende tienen pocas herramientas para resolverlos. Con el fin de dotar a la ciudadanía de herramientas financieras, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) (2014) propone el proyecto de educación económica y financiera. Por otro lado, la comprensión de los problemas financieros favorece el desarrollo de conceptos matemáticos (Mancebón y Pérez (2014), Jiménez y Vilaplana (2014)).

Ante la problemática descrita, se está desarrollando una investigación que tiene como objetivo: diseñar, implementar y evaluar una secuencia de talleres, para promover la Actividad Matemática en estudiantes de educación básica secundaria en condiciones de vulnerabilidad, mediante el estudio de fenómenos financieros. La investigación se sustenta en un marco conceptual que articula la Actividad Matemática en términos de Treffers (1987), educación financiera, de acuerdo con la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE); y la vulnerabilidad según (DNP). En el marco del evento se divulgará resultados de una encuesta aplicada a profesores de matemáticas de Bucaramanga (Colombia), que tuvo la intención de identificar población vulnerable como contexto para el estudio y saber el nivel de manejo de esta temática en las instituciones. También se exhibirá el diseño de un curso donde se desarrollará la secuencia de talleres que se implementaron y los elementos evidenciados durante la implementación que nos llevó al refinamiento de los mismo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arrubla, M. (2016). *Finanzas y educación financiera en las empresas familiares Pymes*. Sinapsis (8), 99- 118
- Banco Mundial. (2013). *Capacidades financieras en Colombia: resultados de la encuesta nacional sobre comportamientos, actitudes y conocimientos financieros*, Banco de la República. <https://www.bancomundial.org/es/country/colombia/publication/national-survey-financial-capabilities-colombia> (último acceso: 16 de junio de 2021).
- DNP. (2007). *Una aproximación a la vulnerabilidad*, Bogotá, D. C. Colombia.
- Jiménez, S. y Vilaplana, C. (2014). Análisis de la relación entre Educación Financiera y Matemáticas a partir del Programa Escuela 2.0. *Informe Español Análisis secundario PISA 2012*, 77-113.
- Mancebón, M. y Pérez, D. (2014). Alfabetización financiera, competencias matemáticas y tipo de centro. *Informe español Análisis secundario PISA 2012*, 137-160.
- MEN. (2014). *Mi plan, mi vida y mi futuro. Orientaciones pedagógicas para la educación económica y financiera*. Bogotá.
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics*



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## Modelos dinámicos para el desarrollo profesional de profesores de matemáticas de bachillerato: Función cuadrática

*Dulce María Reyes Rojas, Universidad Juárez del Estado de Durango, Facultad de Ciencias Exactas, reyesrojasdulce@gmail.com*

*María del Carmen Olvera Martínez, Universidad Juárez del Estado de Durango, Facultad de Ciencias Exactas, carmen.olvera@ujed.mx*

### RESUMEN

En la actualidad, la necesidad de diseñar tareas matemáticas que promueven el aprendizaje de las matemáticas a partir de la incorporación de tecnologías digitales surge del interés que exhiben los profesores por contar con herramientas innovadoras y didácticas que involucren además del desarrollo de conocimiento matemático, la adquisición de habilidades matemáticas y tecnológicas.

En esta plática se darán a conocer las características y resultados de una investigación en la cual se documentó de qué manera los profesores de matemáticas participantes analizan y reflexionan ideas fundamentales sobre la función cuadrática a través de la resolución de problemas con la incorporación de tecnologías digitales, específicamente del Sistema de Geometría Dinámica (SDG) GeoGebra.

La propuesta que se presenta es un conjunto de tres tareas matemáticas que están dirigidas a profesores de matemáticas de nivel secundaria y medio superior, donde se plantearon preguntas y actividades que promovían el análisis de ideas fundamentales (Cooney, Beckmann & Lloyd, 2010) que giran en torno a la función cuadrática: *resolución de ecuaciones cuadráticas, variación de los parámetros, múltiples representaciones, propiedades geométricas de la parábola y aplicaciones.*

Los resultados obtenidos muestran que los profesores, desarrollaron diferentes estrategias de solución, a lápiz y papel y con el uso de GeoGebra, en las cuales pusieron en juego diversos conceptos y habilidades matemáticas, además de que lograron identificar relaciones y conexiones matemáticas. El uso de GeoGebra permitió potenciar la identificación de variantes e invariantes mediante la exploración de las construcciones dinámicas, las cuales llevaron a los profesores a la formulación de conjeturas y, posteriormente, a la justificación de éstas a través de argumentos matemáticos. Lo anterior, permitió que los profesores exhibieran diferentes formas de razonamiento, principalmente, aquella que los llevaba de un



acercamiento empírico a un acercamiento formal en la búsqueda de las soluciones a los problemas planteados en las tareas matemáticas.

### **REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA**

Cooney, T., Beckmann, S. & Lloyd, G. (2010). *Developing essential understanding of functions for teaching mathematics in Grades 9-12*. VA: National Council of Teachers of Mathematics.



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## LA ESPIRAL MÍSTICA DE WALLIS

*Leonardo Solanilla Ch., Universidad del Tolima, [leonsolc@ut.edu.co](mailto:leonsolc@ut.edu.co)*

*Sergio Manuel González Acosta., Universidad del Tolima, [chegogonzalez91@gmail.com](mailto:chegogonzalez91@gmail.com)*

*Ana Celi Tamayo A., Universidad de Medellín, [actamayo@udem.edu.co](mailto:actamayo@udem.edu.co)*

### RESUMEN

Los profesores de Cálculo han creído siempre que el conocimiento de la Historia del Análisis Matemático puede brindar elementos cruciales para la enseñanza de su disciplina. En esta ponencia se propone considerar un episodio particular de la Historia del Cálculo, a saber: el asunto de la espiral espuria de Wallis. Este asunto nos remite a una época en que las cuadraturas reinaban en el análisis del infinito, mientras que las derivadas no eran todavía, aun cuando ya existían intuitivamente en el ambiente académico de aquellos días. Objetivo. Presentar a los profesores un incidente histórico que revela la independencia teórica de lo integral frente a lo diferencial, con el fin de dar elementos que puedan iluminar la enseñanza del Cálculo. Metodología. La metodología se basa en la lectura de la *Arithmetica infinitorum* (aritmética de los infinitos) de 1656, obra maestra del conocido matemático inglés John Wallis. También se incluyen algunos análisis históricos derivados de la experiencia de los ponentes en sus trabajos anteriores sobre los métodos de los indivisibles del siglo XVII. Resultados. En la época de Wallis, había algunos pensadores innovadores que trataban matemáticamente los problemas físicos del movimiento, aunque también había otros matemáticos, como Wallis, quienes defendían la sola teoría de los indivisibles. Conclusión. A la luz de la posteridad, Wallis (1656) cometió un error en su rectificación de la espiral de Arquímedes porque desconocía (ya por simple ignorancia, ya por prejuicio consciente) las novedosas teorías sobre el movimiento de algunos de sus contemporáneos.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Wallis, L. (1656). *Arithmetica infinitorum*. Oxonii: Typis Leon: Lichfield Academiae Typographi.

Stedall, J. A. (2004). *The arithmetic of the infinitesimals*. New York: Springer.

Solanilla, L., Tamayo A., González, S. (2021). *Aritmética de los infinitos*, parte 1. Traducción en proceso, Universidades de Medellín y del Tolima.



# Seminario de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo

## ARGUMENTOS VARIACIONALES EN EL ANÁLISIS DE ÓRDENES DE VARIACIÓN MEDIANTE LA SIMULACIÓN DEL GIRO DE UN MOTOR

*Francisco Agustín Zúñiga Coronel, Universidad de Los Altos de Chiapas,  
maestro\_coronel@hotmail.com*

### RESUMEN

La enseñanza y el aprendizaje del Cálculo es parte del estudio de la Matemática Educativa. Actualmente existe gran cantidad de investigaciones sobre esos temas (Cantoral, 2019; Farfán, 2012; Caballero, 2018; Salinas et al., 2015). En este trabajo se exponen algunos argumentos variacionales que estudiantes de nivel superior generan al interactuar con la simulación del giro de un motor. Se parte de la problemática sobre la dificultad que tienen estudiantes y profesores en afrontar la expresión  $f'''(x) > 0$ . Esto se debe a los métodos mnemotécnicos utilizados y no en prácticas variacionales (Cantoral, 2019). Los simuladores con GeoGebra son herramientas de modelación de fenómenos reales (Prieto y Ortiz, 2019). Consideramos que el giro de un motor eléctrico puede ser un fenómeno real que permita el análisis de la expresión antes señalada. Es así que, se plantea la pregunta: ¿cuáles son los argumentos variacionales que generan los estudiantes de nivel superior al interactuar con la simulación del giro de un motor? Con el objetivo de conocer dichos argumentos. El estudio se enmarca en la línea de investigación del Pensamiento y Lenguaje Variacional (Reyes, Palmeri y Cantoral, 2019). Como aspectos metodológicos se considera un instrumento de análisis con base prácticas y en un sistema de referencia variacional (Caballero, 2018). En los resultados se establecen los siguientes argumentos variacionales: el ángulo de giro no cambia conforme pasa el tiempo, el ángulo de giro aumenta con el tiempo; el ángulo de giro aumenta cada vez más lento, se estabiliza y disminuye cada vez más rápido; el ángulo aumenta cada vez más lento, se estabiliza y aumenta cada vez más rápido. Como conclusión se establece que la interacción con la simulación puede generar argumentos variacionales.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Caballero, M. (2018). *Causalidad y temporización entre jóvenes de bachillerato. La construcción de la noción de variación y el desarrollo del pensamiento y el lenguaje variacional* [Tesis de doctorado no publicada]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.
- Cantoral, R. (2019). *Caminos del saber: pensamiento y lenguaje variacional*. España: Gedisa.
- Farfán, R. (2012). *El desarrollo del pensamiento matemático y la actividad docente*. España: Gedisa.
- Prieto, J., y Ortiz, J. (2019). Saberes matemáticos para la gestión del trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Bolema*, 33(65), 1276-1304. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a15>.
- Reyes, D., Palmeri, L., y Cantoral, R. (2019). Empoderamiento docente: variación y predicción en matemáticas. *La matemática e la sua didattica*, 27(2), 141-159.
- Salinas, N., Alanís, J., Garza, J., Pulido, R., Santos, F., y Escobedo, J. (2015). *Cálculo aplicado: competencias matemáticas a través de contextos*. Tomo I. México: Cengage Learning.